Simulationen der Ausbreitung von Infektionen

Dr. H. Wolff
Private Studie
Version 1.4

Die hier beschriebenen Simulationen sollen dazu dienen, die Ausbreitungsmechanismen von Infektionen auf der Ebene der einzelnen Individuen anschaulich zu demonstrieren. Hierzu wird Excel mit Visual Basic Makros verwendet. Die Simulationen können in Einzelschritten oder animiert ausgeführt werden. Die verwendete Excel-Datei steht auf meiner Internetseite https://hwolff.de/Numerische-Simulationen zum Download zur Verfügung. Deren Benutzung geschieht auf eigenes Risiko. Jegliche Art von Haftung ist ausgeschlossen.

Einer der Schwerpunkte dieser Simulationen ist die Veranschaulichung des Mechanismus der Herdenimmunität. Mit früheren Simulationen habe ich diesen Effekt bereits nachgewiesen. Allerdings wird von Impfskeptikern gerne argumentiert, dass eine Impfung keinen hundertprozentigen Schutz bietet. Das ist zweifellos richtig und wird deshalb hier berücksichtigt.

Modell 1: Statische Kontakte

Bei diesem Modell werden 31 × 31 = 961 Objekte in einem quadratischen Gitter mit konstanten Abständen angeordnet, siehe Abbildung 1 auf Seite 3. Das Objekt im Zentrum des Gitters wird als infiziert gekennzeichnet (orange markiert). Jedes Objekt hat 8 nächste Nachbarn, die die infizierbaren Kontakte darstellen. Im konkreten Beispiel wird angenommen, dass die Inkubationszeit 3 Tage beträgt und das infizierte Objekt ab dem 4. Tag infektiös ist, insgesamt für 5 Tage (rot markiert). Nach einmal durchlaufener Infektion können die Genesenen (grau markiert) nicht mehr infiziert werden.

Des Weiteren wird eine Infektionswahrscheinlichkeit von 25% pro infektiösem Kontakt und Tag angenommen, die mittels Zufallszahlen umgesetzt wird.

Fall 1.1: Impfquote 50%

Es wird angenommen, dass 50% geimpft sind (grün markiert) und der Rest ungeschützt ist (blau markiert). Die Aufteilung in geimpft und ungeimpft erfolgt mittels Zufallszahlen, sodass die Impfquote nicht exakt 50% beträgt, aber mit genügender Genauigkeit erreicht wird.

Auch bei den Geimpften wird kein hundertprozentiger Schutz angenommen, sondern im konkreten Beispiel nur 90%. Mit der angesetzten Infektionswahrscheinlichkeit von 25% für die Ungeimpften ergibt sich damit eine Infektionswahrscheinlichkeit der Geimpften von 2,5% pro infektiösem Kontakt und Tag.

Die Abbildung 1 auf der nächsten Seite zeigt das Ergebnis einer Simulation mit den angegebenen Parametern.

Die Auswertung dieses konkreten Beispiels ergibt, dass die Infektionswelle nach 117 Tagen beendet ist und insgesamt 97,7% der Ungeimpften infiziert wurden, sowie 49,3% der Geimpften.

Aufgrund der verwendeten Zufallszahlen verhält sich jede Simulation anders. Die nachfolgende Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse einiger weiterer Simulationen mit den gleichen Parametern sowie die Mittelwerte und Standardabweichungen. Letztere sind bei diesem Parametersatz gering.

Tabelle 1	**Nr.**	**Tage**	**erkrankt**	**ungeimpft**	**geimpft**
Infektiosität: Tag 4 - 8: 25% Kontakte: 8/Tag Impfquote: 50% Schutz: 90%	1	205	76,5%	99,6%	50,7%
	2	129	72,3%	98,7%	46,5%
	3	141	73,0%	97,5%	48,6%
	4	172	76,3%	99,6%	50,4%
	5	135	72,0%	96,9%	46,4%
Mittelwert		**156**	**74,0%**	**98,5%**	**48,5%**
Standardabweichung		32	2,2%	1,2%	2,0%

Im Mittel werden 98,5% der Ungeimpften und 48,5% der Geimpften infiziert, letztere aufgrund der vielen Kontakte mit Infizierten und des Impfschutzes von nur 90%. Insgesamt ergibt sich trotz der Impfquote von 50% eine Durchseuchungsrate von 74%.[1]

Fall 1.2: Impfquote 75%

Welche Auswirkungen hat es, wenn die Impfquote erhöht wird, hier konkret auf 75%? Alle anderen Parameter sind identisch mit Fall 1.1. Abbildung 2 auf Seite 4 zeigt das Ergebnis eines Beispiellaufs der Simulation.

Die Infektionswelle läuft nach 74 Tagen aus, bevor die Ränder des Simulationsbereichs erreicht werden, weil die Infektösen nicht mehr auf Infizierbare treffen. Die Auswertung dieses konkreten Beispiels ergibt, dass insgesamt 9,5% der Ungeimpften infiziert wurden, sowie 2,6% der Geimpften.

Tabelle 2 auf Seite 5 zeigt die Ergebnisse einer Reihe weiterer Simulationen mit denselben Parametern sowie die Mittelwerte und Standardabweichungen. Im Mittel werden aufgrund der höheren Impfquote nur 24,2% der Ungeimpften und 7,5% der Geimpften infiziert.

Obwohl es sich hier praktisch um eine Worst-Case-Simulation handelt (siehe Fall 1.1), funktioniert die Herdenimmunität, vorausgesetzt die Impfquote ist hoch genug. Wo die Grenze liegt, hängt von den gewählten Parametern der Simulation ab.

[1] Unter „erkrankt“ sich alle aufgeführt, die eine Infektion durchgemacht haben.

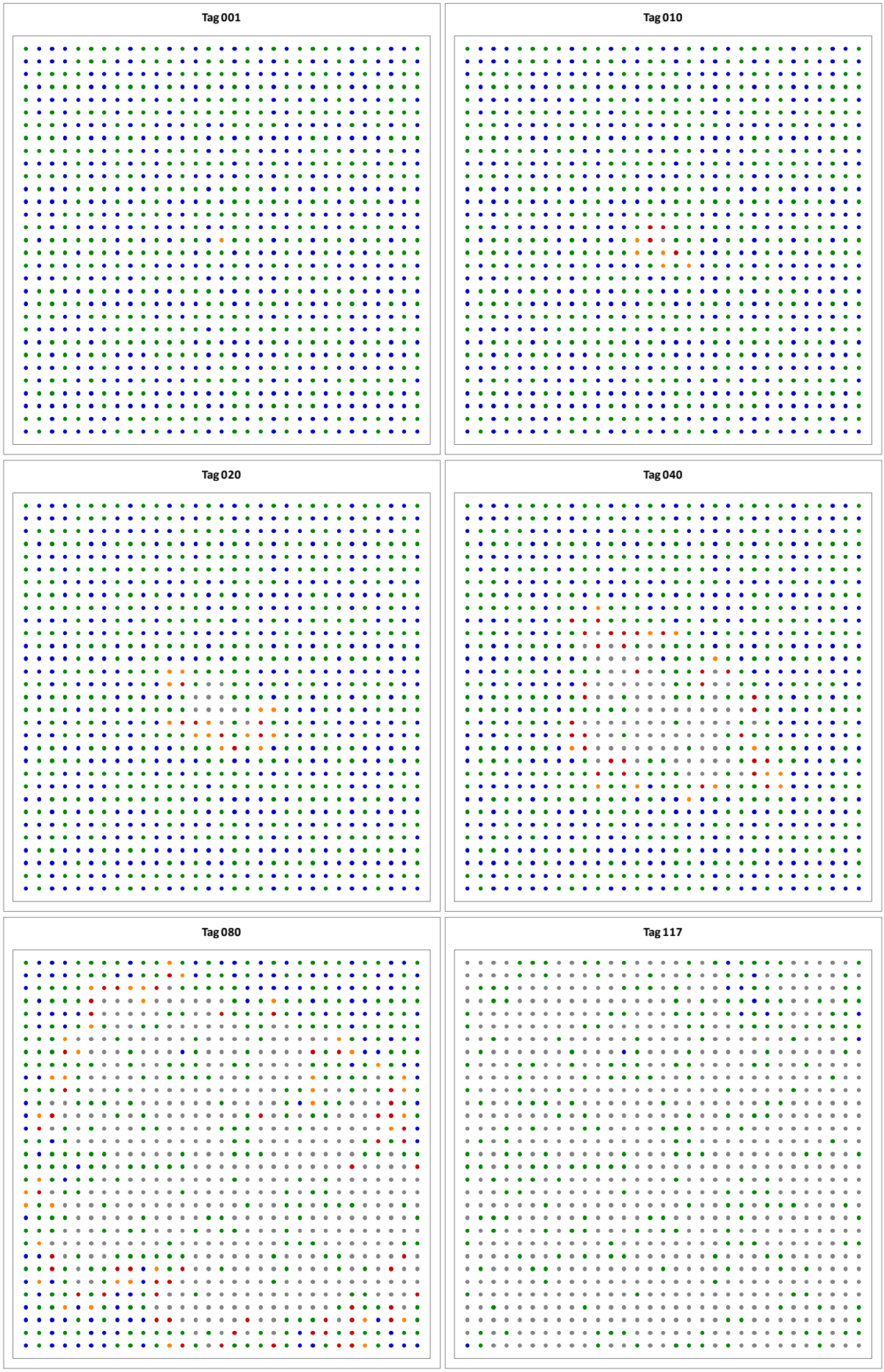

Abbildung 1: Modell 1 mit Impfquote 50%

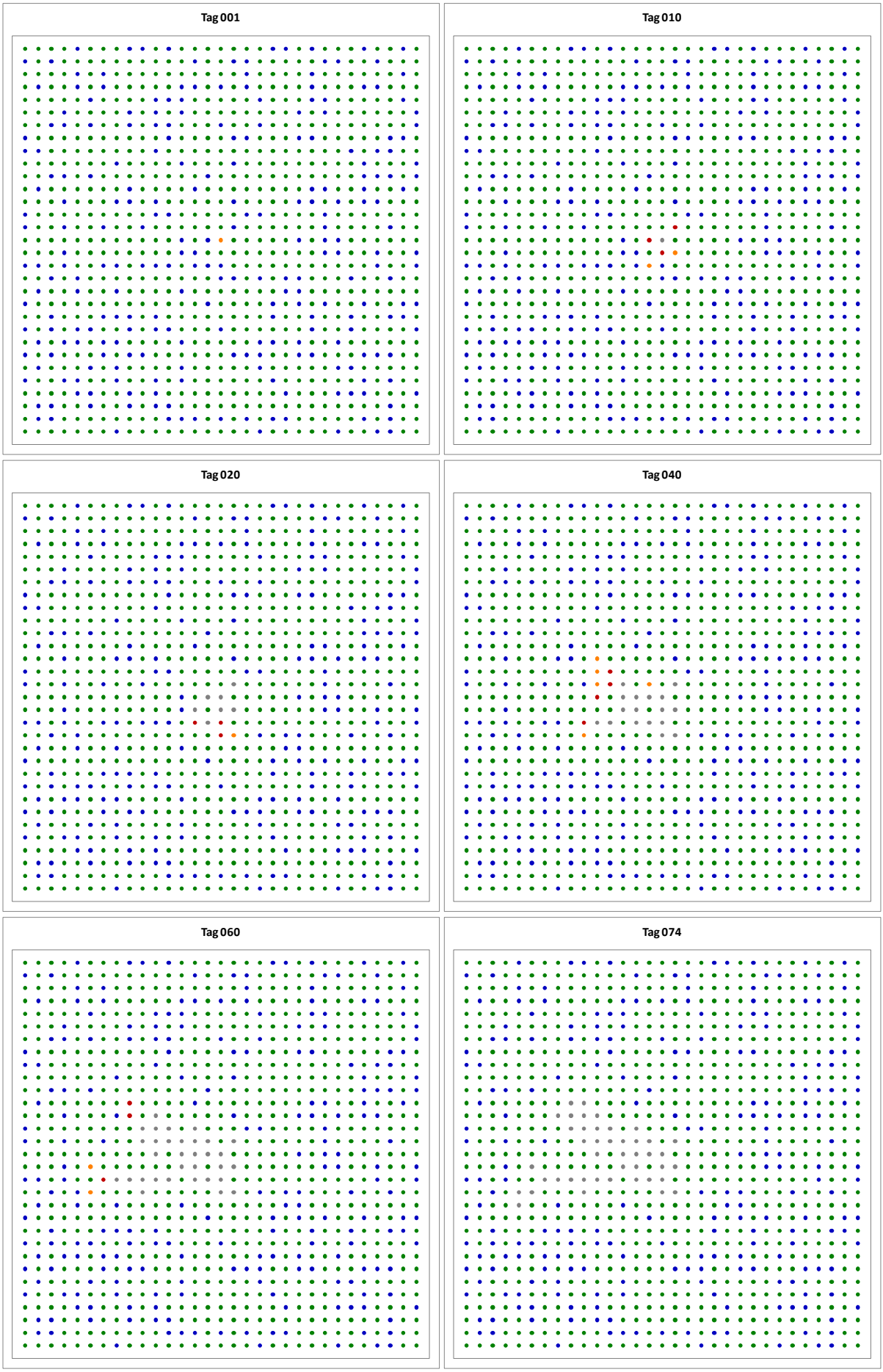

Abbildung 2: Modell 1 mit Impfquote 75%

Die Herdenimmunität verhindert, dass sich eine Infektion ungehindert ausbreiten kann. Sie beschränkt die Ausbreitung auf ein begrenztes Gebiet.

Tabelle 2	**Nr.**	**Tage**	**erkrankt**	**ungeimpft**	**geimpft**
Infektiosität: Tag 4 - 8: 25% Kontakte: 8/Tag Impfquote: 75% Schutz: 90%	1	139	12,4%	21,8%	8,7%
	2	63	5,9%	11,6%	4,1%
	3	143	19,4%	43,9%	11,5%
	4	109	12,4%	22,2%	8,8%
	5	84	3,7%	7,6%	2,2%
	6	57	4,1%	8,6%	2,6%
	7	87	5,5%	12,6%	2,8%
	8	145	25,3%	52,5%	15,2%
	9	201	22,4%	47,4%	15,2%
	10	104	6,5%	13,8%	4,0%
Mittelwert		**113**	**11,7%**	**24,2%**	**7,5%**
Standardabweichung		44	8,0%	17,2%	5,1%

Auffällig bei Tabelle 2 ist die größere Streuung der Werte im Vergleich zu Tabelle 1.

Modell 2: Dynamische Kontakte

Man könnte nun argumentieren, dass Modell 1 wegen der statischen Kontakte nicht realistisch genug ist, um daraus belastbare Schlüsse zu ziehen. Deshalb werden in Modell 2 bewegliche Objekte verwendet. Die Bewegungen sind der Brownschen Molekularbewegung nachempfunden, da diese mittels Zufallsverteilungen leicht modelliert werden kann, siehe meine Diffusionssimulationen. Modell 2 umfasst 1000 Objekte, die zufällig über das Simulationsfeld verteilt sind. Objekte, die durch ihre Bewegung das Simulationsfeld verlassen, werden auf der gegenüberliegenden Seite wieder eingefügt.

Im konkreten Beispiel beträgt die mittlere Bewegung eine Längeneinheit pro Tag mit einer Rayleigh-Verteilung. Die Kontakte werden jetzt anhand des Abstands zwischen zwei Objekten definiert. Beträgt dieser Abstand im Beispiel weniger als 2 Längeneinheiten, wird von einem Kontakt ausgegangen. Die Infektionswahrscheinlichkeiten bei einem Kontakt sind dieselben wie im Modell 1. Zum Start der Simulationen wird ein Objekt als infiziert gekennzeichnet und in der Mitte des Simulationsfeldes platziert.

Fall 2.1: Impfquote 50%

Auch hier erfolgt die Aufteilung in geimpft und ungeimpft mittels Zufallszahlen, sodass die Impfquote nicht exakt 50% beträgt, aber mit genügender Genauigkeit erreicht wird.

Die nachfolgende Abbildung 3 zeigt eine Simulation mit den angegebenen Parametern.

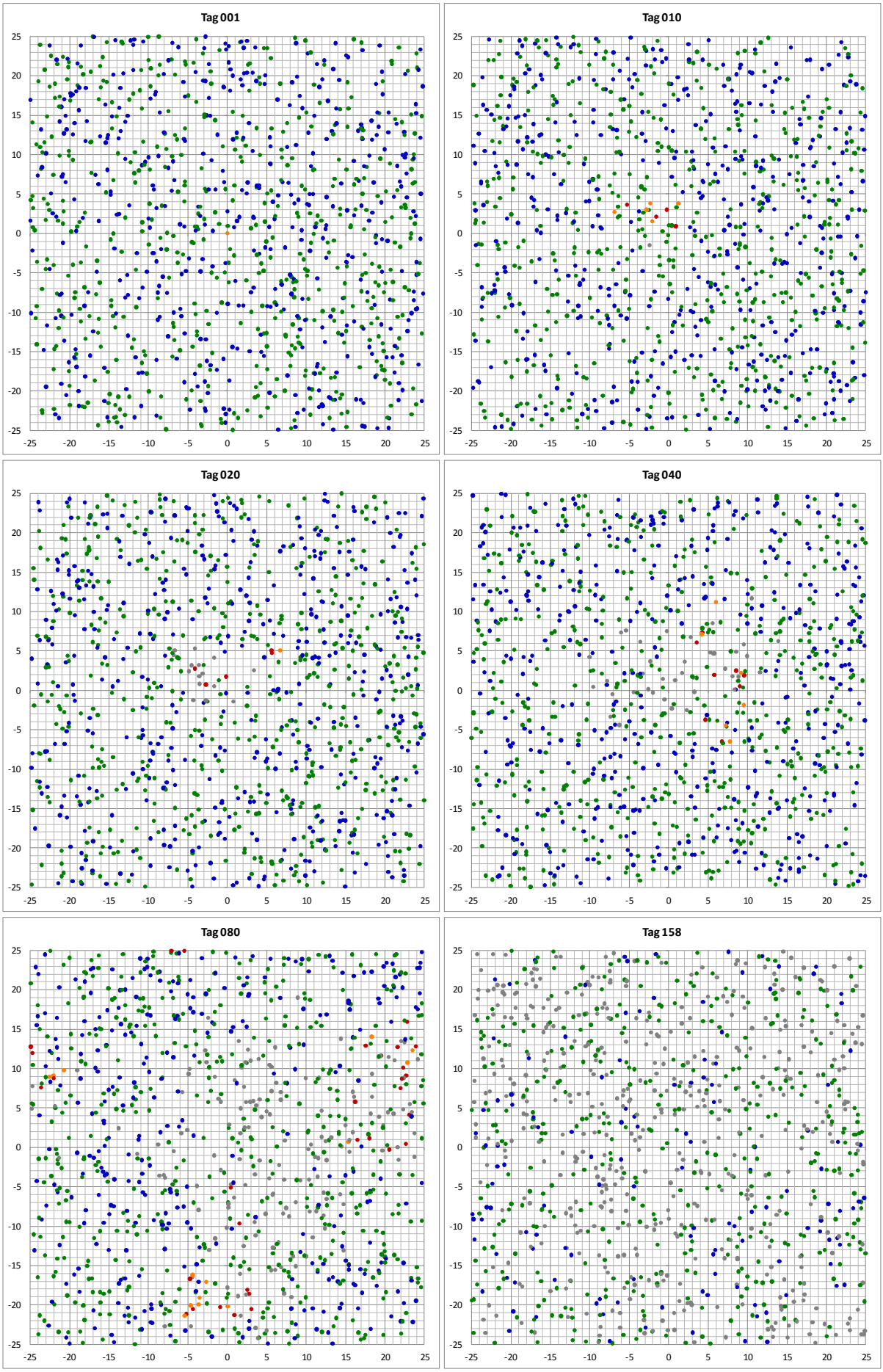

Abbildung 3: Modell 2 mit Impfquote 50%

Die Auswertung dieses konkreten Beispiels ergibt, dass die Infektionswelle nach 158 Tagen beendet ist und insgesamt 72,7% der Ungeimpften infiziert wurden, sowie 22,6% der Geimpften.

Die nachfolgende Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse weiterer Simulationen mit demselben Parametersatz, aber unterschiedlichen Zufallszahlen.

Tabelle 3	**Nr.**	**Tage**	**erkrankt**	**ungeimpft**	**geimpft**
Infektiosität: Tag 4 - 8: 25% Radius: 2,0 Impfquote: 50% Schutz: 90% Diffusion: 1,0	1	162	59,5%	87,2%	30,1%
	2	260	50,0%	74,6%	23,6%
	3	160	49,8%	77,3%	22,9%
	4	194	61,1%	87,4%	31,3%
	5	244	46,1%	70,4%	22,2%
Mittelwert		**204**	**53,3%**	**79,4%**	**26,0%**
Standardabweichung		46	6,6%	7,6%	4,3%

Im Mittel werden 79,4% der Ungeimpften und 26,0% der Geimpften infiziert, letztere aufgrund der vielen Kontakte mit Infizierten und des Impfschutzes von nur 90%.

Die nachfolgende Abbildung 4 zeigt einen typischen Ausbreitungsverlauf für eine Simulation mit diesem Parametersatz.

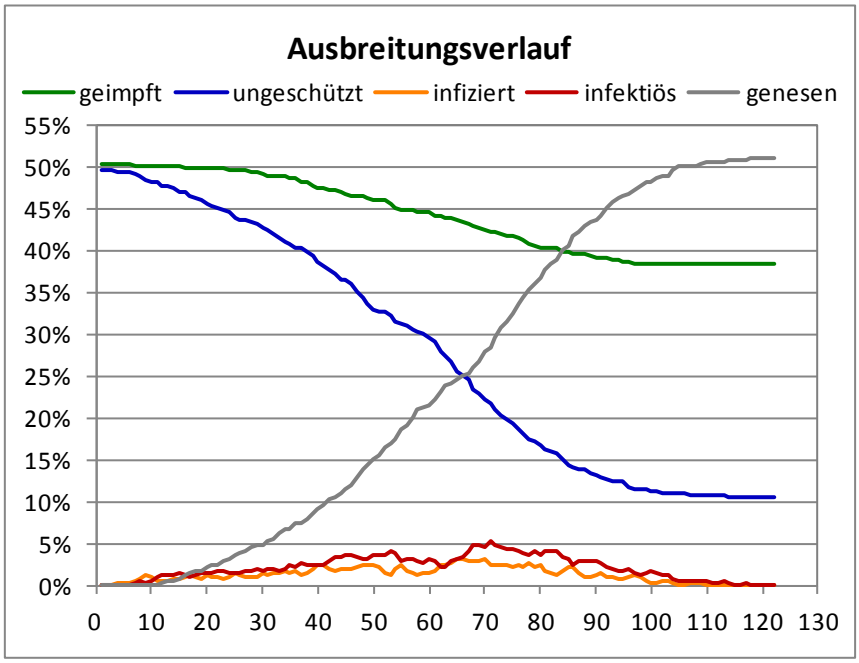

Abbildung 4: Typischer Ausbreitungsverlauf bei einer Impfquote von 50%

Am Anfang breitet sich die Infektion langsam aus. Dann wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit immer größer, bis sie wieder abnimmt und am Ende gegen Null geht.

Die quantitativen Abweichungen zu Modell 1 bei gleichen Infektionswahrscheinlichkeiten sind in der unterschiedlichen Kontaktmodellierung begründet. Ein größerer Infektionsradius führt auch zu höheren Infektionsraten.

Fall 2.2: Impfquote 75%

Auch hier wird die Impfquote von 50% auf 75% erhöht. Alle anderen Parameter bleiben unverändert. Die Abbildung 5 auf der nächsten Seite zeigt eine Simulation mit diesem Parametersatz.

Die Infektionswelle läuft nach 77 Tagen aus, bevor die Ränder des Simulationsfeldes erreicht werden, weil die Infektösen nicht mehr auf Infizierbare treffen. Die Auswertung dieses konkreten Beispiels ergibt, dass insgesamt 11,2% der Ungeimpften infiziert wurden, sowie 2,4% der Geimpften.

Die nachfolgende Tabelle 4 zeigt die Ergebnisse einer Reihe weiterer Simulationen mit demselben Parametersatz, aber unterschiedlichen Zufallszahlen. Im Mittel werden aufgrund der höheren Impfquote nur 10,6% der Ungeimpften und 2,3% der Geimpften infiziert. Folglich funktioniert die Herdenimmunität auch in diesem Modell mit dynamischen Kontakten.

Auch hier gilt, dass die Impfquote, ab der eine Herdenimmunität erreicht werden kann, von den Simulationsparametern abhängt, insbesondere von der Infektionswahrscheinlichkeit und dem Infektionsradius sowie von der Wirksamkeit der Impfungen. Im Grenzbereich kann die Infektionswelle bei einigen Simulationsläufen wie im Beispiel auslaufen, während bei anderen eine weitgehende Durchseuchung erfolgt.

Tabelle 4	**Nr.**	**Tage**	**erkrankt**	**ungeimpft**	**geimpft**
Infektiosität: Tag 4 - 8: 25% Radius: 2,0 Impfquote: 75% Schutz: 90% Diffusion: 1,0	1	25	0,9%	2,4%	0,3%
	2	39	1,4%	2,5%	0,9%
	3	55	6,0%	13,0%	3,6%
	4	46	3,3%	8,4%	1,7%
	5	166	13,8%	32,1%	8,0%
	6	34	2,5%	6,6%	0,9%
	7	19	0,7%	1,5%	0,3%
	8	60	2,4%	6,1%	1,1%
	9	149	11,6%	30,4%	5,2%
	10	60	1,4%	3,4%	0,7%
Mittelwert		**65**	**4,4%**	**10,6%**	**2,3%**
Standardabweichung		51	4,7%	11,4%	2,6%

Auffällig bei Tabelle 4 ist die größere Streuung der Werte im Vergleich zu Tabelle 3, die relativ noch größer ist als im Modell 1. Das liegt an der ungleichmäßigen Zufallsverteilung der Simulationsobjekte über das Simulationsfeld.

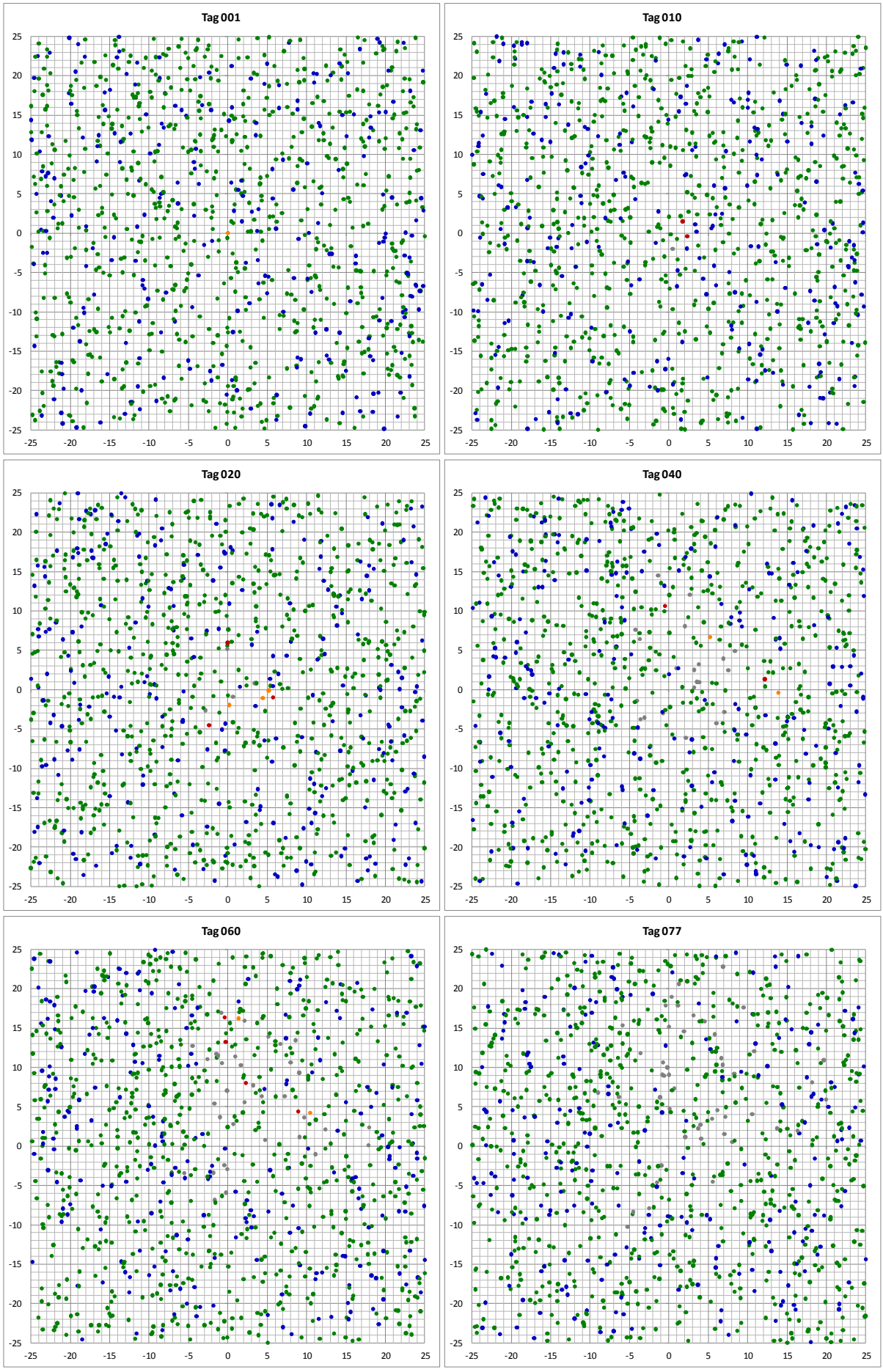

Abbildung 5: Modell 2 mit Impfquote 75%

Fazit

Die Simulationen veranschaulichen die Ausbreitung einer Infektionswelle ausgehend von einem Infizierten. Dabei kann im Einzelschrittmodus jede einzelne Infizierung beobachtet werden. Die Besonderheit ist, dass hier auch Impfungen modelliert werden, die den Geimpften keinen hundertprozentigen Schutz bieten.

Die Simulationen zeigen, dass mit Impfungen, auch wenn sie keinen hundertprozentigen Schutz für den Einzelnen bieten, bei einer ausreichend hohen Impfquote durch den Mechanismus der Herdenimmunität ein wirksamer Schutz für die Gemeinschaft erreicht werden kann.

Empfehlung

Solche Simulationen, in denen die Infektionsprozesse möglichst realistisch nachgebildet werden, sollten bereits in den Schulen als Anschauungsmaterial benutzt und auch der breiten Bevölkerung gezeigt werden, um das Verständnis für die Wirkungsweise des Impfschutzes zu erhöhen. Dadurch sollten zumindest einige Impfskeptiker überzeugt werden können.

Das beste Verständnis entwickelt man, wenn man die Simulationen selbst durchführt und dabei verschiedene Parameter ausprobiert. Zu diesem Zweck steht die verwendete Excel-Datei auf meiner Internetseite https://hwolff.de/Numerische-Simulationen zum Download zur Verfügung. Ich betone nochmal, dass deren Benutzung auf eigenes Risiko geschieht und jegliche Art von Haftung ausgeschlossen ist.

Nachtrag: Natürliche Herdenimmunität

Wenn wie in den bisher beschriebenen Fällen schon bei einer Impfquote von 50% eine weitgehende Durchseuchung stattfindet, ist ohne Impfungen, d.h. bei einer Impfquote von 0%, wenig anderes zu erwarten. Entsprechende Simulationen mit ansonsten gleichen Parametern ergeben bei Modell 1 eine Durchseuchungsrate von 100% und bei Modell 2 eine von ca. 95% bis 98%.

Bei einer moderateren Infektionsausbreitung sieht das Bild anders aus. Dazu wird in Modell 2 der Infektionsradius von 2,0 auf 1,5 Längeneinheiten reduziert und die mittlere Bewegung pro Tag von 1,0 auf 0,75 Längeneinheiten. Ein Beispiel mit diesen geänderten Parametern ist in Abbildung 6 auf der nächsten Seite zu sehen.

In diesem konkreten Beispiel bleiben nach 220 Tagen 35,5% von einer Infektion verschont. Die nachfolgende Tabelle 5 zeigt die Ergebnisse weiterer Simulationen mit demselben Parametersatz, aber unterschiedlichen Zufallszahlen.

Tabelle 5	**Nr.**	**Tage**	**erkrankt**	**verschont**
Infektiosität: Tag 4 - 8: 25% Radius: 1,5 Diffusion: 0,75	1	220	64,5%	35,5%
	2	179	73,0%	27,0%
	3	156	57,3%	42,7%
	4	245	46,6%	53,4%
	5	287	39,5%	60,5%
Mittelwert		217	56,2%	43,8%
Standardabweichung		52	13,4%	13,4%

Im Mittel werden 56,2% infiziert und 43,8% bleiben verschont.

Wenn also die Infektiosität nicht zu hoch ist, können diejenigen, die eine Infektion überstanden haben, andere, noch nicht infizierte, schützen. Andererseits helfen bei hochinfektiösen Erregern nur Impfungen, wobei eine Mindestquote erreicht werden muss, um eine Herdenimmunität zu erreichen. Deshalb ist z.B. bei den hochansteckenden Masern die Pflichtimpfung unerlässlich.

Infektionsverlauf

Abbildung 7 auf Seite 13 zeigt einen typischen Infektionsverlauf der mit den oben angegebenen Parametern durchgeführten Simulationen.

Interessant ist auch der Vergleich mit Abbildung 8 auf Seite 13.

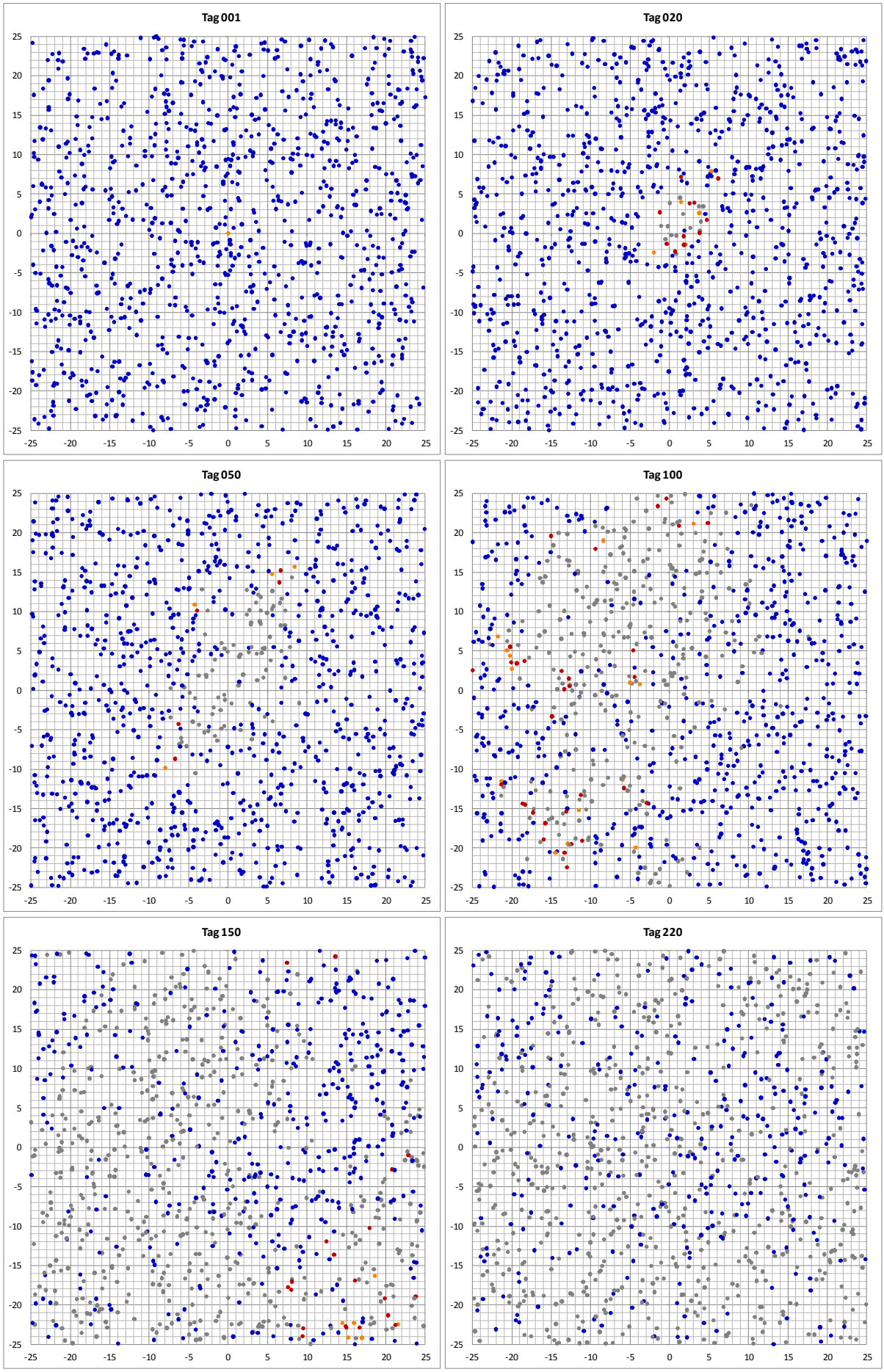

Abbildung 6: Modell 2 mit Impfquote 0% und reduzierten Infektionsparametern

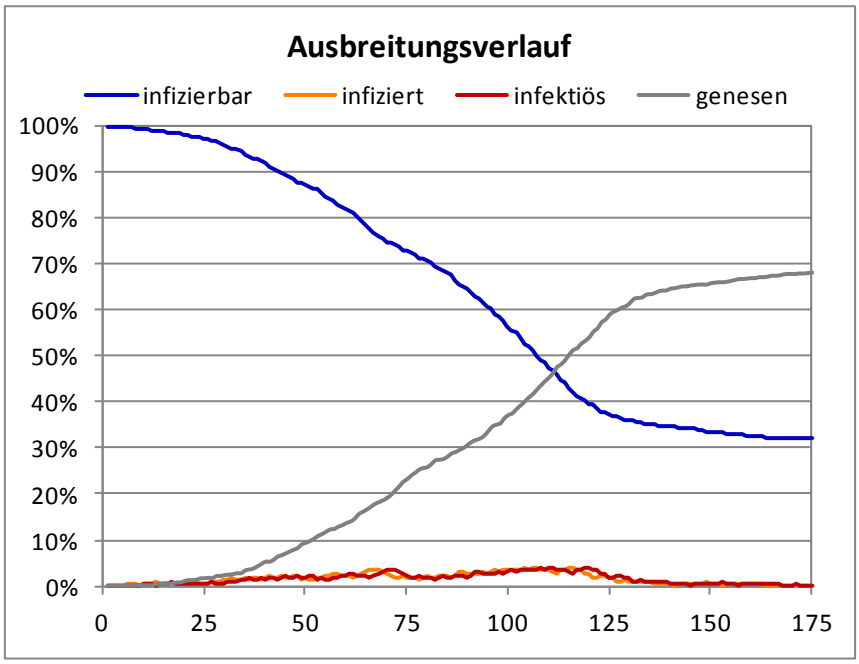

Abbildung 7: Typischer Ausbreitungsverlauf ohne Impfungen

Die nachfolgende Abbildung 8 ist meinen Infektionssimulationen von 2022 entnommen, die auf rein mathematischen Berechnungen beruhen.

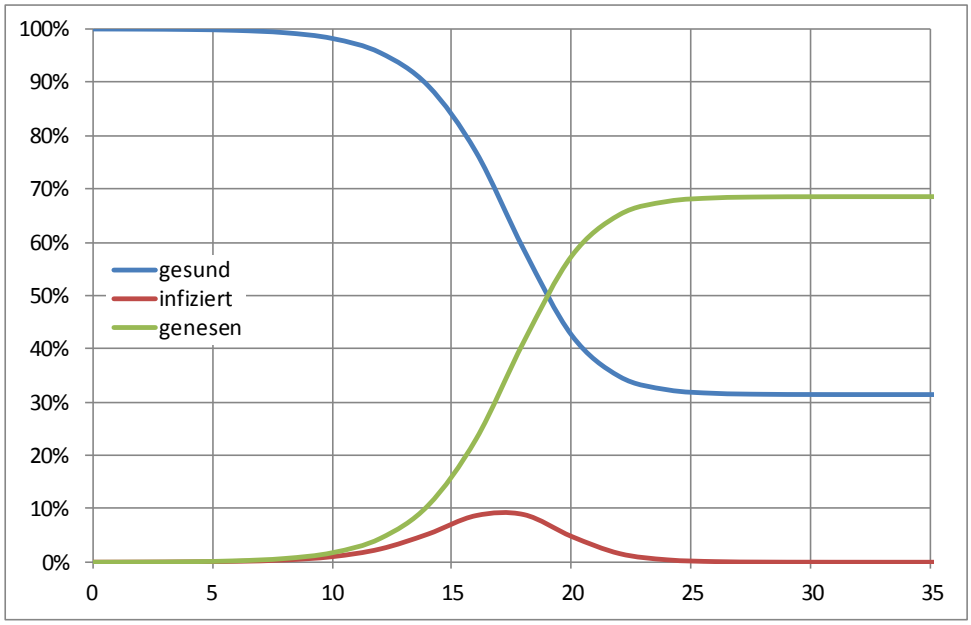

Abbildung 8: Typischer Ausbreitungsverlauf einer mathematischen Simulation

In dieser Grafik bezieht sich die x-Achse nicht auf Tage, sondern auf Infektionsperioden von mehreren Tagen. Außerdem gilt hier gesund = infizierbar und infiziert = infektiös. Ein Unterschied besteht darin, dass bei der Simulation von Abbildung 8 anfänglich nur 0,01% infiziert sind, während die hier beschriebenen Simulationen mit 0,1% Infizierten starten.

Berücksichtigt man diese Unterschiede, ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Abbildungen.